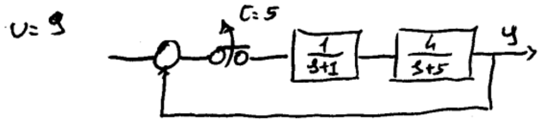
Esercizio 4.4.1



$$S1: \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + u_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases} \qquad u_1 = u - y$$

$$y = y_2$$

$$u_2 = y_1$$

$$S2: \begin{cases} \dot{x}_2 = -5x_2 + u_2 \\ y_2 = 4x_2 \end{cases}$$

1) Rappresentazione ingresso/stato/uscita:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

2) Calcolare la y.

Prima di $t=5$: $G(s) = \frac{4}{(s+3)^2}$ $\qquad y(t) = 4$

Dopo $t=5$ devo conoscere lo stato

$$G_x(s) = \frac{\begin{pmatrix} s+5 \\ 1 \end{pmatrix}}{(s+3)^2} = (sI-A)^{-1}B \qquad G_x(0) = \begin{pmatrix} 5/9 \\ 1/9 \end{pmatrix} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Poi, evoluzione libera del sistema con interruttore aperto

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$y = C(sI-A)^{-1}x_0 = \frac{4(s+6)}{(s+1)(s+5)} = \frac{5}{s+1} - \frac{1}{s+5}$$

$$y(t) = \left[5e^{-(t-5)} - e^{-5(t-5)}\right] 1(t-5)$$

Altra strada: $\quad G(s) = \frac{4}{(s+3)^2} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$

$$y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Si noti che è diverso!

$$G_x(s) = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ s \end{pmatrix}}{s^2+6s+9} \qquad x_0 = G_x(0) \cdot 9 = \begin{pmatrix} 1/9 \\ 0 \end{pmatrix} 9 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Quando l'interruttore si apre:

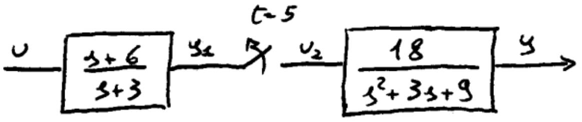
$$G(s) = \frac{4}{s^2+6s+5} \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (u=0)$$

$$y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$y = C(sI-A)^{-1}x_0 = \frac{4(s+6)}{(s+1)(s+5)} \quad \text{come prima!}$$

Non è generalizzabile. Meglio procedere sempre con i sottosistemi individuali.

Esercizio 4.4.2



1) Parametri delle due funzioni di trasferimento

$$G_1 = \frac{s+6}{s+3} = 2\,\frac{1+\frac{s}{6}}{1+\frac{s}{3}} \qquad\qquad G_2 = \frac{18}{s^2+3s+9} = \frac{2}{1+\frac{s}{3}+\frac{s^2}{9}}$$

$g=0$ $\quad z=-6$ $\quad \tau^z = -\frac{1}{6}$

$K=2$ $\quad p=-3$ $\quad \tau^p = -\frac{1}{3}$

$g=0$ $\quad p = -\frac{3}{2} \pm j\,\frac{\sqrt{27}}{2}$

$K=2$ $\quad \xi = 0.5$ $\quad \omega_n = 3$

2) Risposta a $u=1$.

Primo approccio: Per $t<5$ $\quad y = G_2(0)\cdot G_1(0)\cdot u = 2\cdot 2\cdot 1 = 4$

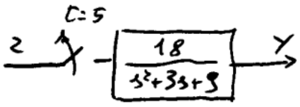
Per $t>5$ ev. libera del secondo sistema.

Dovremmo però essere in grado di calcolare lo stato.

Secondo approccio.

Il primo sistema non è soggetto a transitorio e la sua uscita è $y_1 = 2$

quindi ci riconduciamo a



L'ingresso si può vedere come $2 - 2\cdot 1(t-5)$

La risposta al segnale costante è $y_c = G_2(0)\cdot 2 = 4$

La risposta al gradino è

$$Y_g(s) = \frac{18}{s^2+3s+9}\cdot\frac{2}{s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+3s+9}$$

$$= \frac{4}{s} - \frac{4s+12}{\left(s+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}} =$$

$$= \frac{4}{s} - 4\,\frac{s+\frac{3}{2}}{\left(s+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}} - \frac{12}{\sqrt{27}}\,\frac{\frac{\sqrt{27}}{2}}{\left(s+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}}$$

$$y_g(t) = 1(t)\left[4 - e^{-\frac{3}{2}t}\left(4\cos\frac{\sqrt{27}}{2}t + \frac{12}{\sqrt{27}}\sin\frac{\sqrt{27}}{2}t\right)\right]$$

Infine:

$$y(t) = y_c - y_g(t-5)$$

Esercizio 4.4.3

1) $S_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + u_1 \\ y_1 = 3x_1 \end{cases} \qquad S_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = -3x_2 + u_2 \\ y_2 = 3x_2 \end{cases}$

$u_1 = u \qquad u_2 = y_1 \qquad y = y_2$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

2) $Y(s) = \frac{2}{s} - \frac{2}{s+3} - \frac{6}{(s+3)^2}$

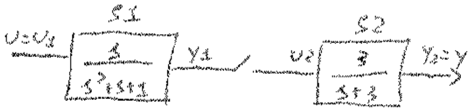
$y(t) = [2 - 2e^{-3t} - 6te^{-3t}]1(t)$

3) A $t=10$ evol. libera di S_2

$x_2(10) = \frac{y_2(10)}{3} = \frac{2}{3}$

$y(t) = [2e^{-3(t-10)}]1(t-10)$

Esercizio 4.4.4



1) $\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_1 \\ y_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{cases} \qquad S_2: \begin{cases} \dot{x}_3 = -3x_3 + u_2 \\ y_2 = 3x_3 \end{cases}$

$u = u_1 ;\ u_2 = y_1 ;\ y = y_2$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

2) Risposta a $u = 10 \rightarrow y = 0$

Risposta a $u = 2 \sin(t + 0.3)$

$y = 2 \cdot |G(j)| \sin(t + 0.3 + \angle G(j)) =$

$= 2 \cdot 0{,}95 \sin(t + 0.3 - 0.32)$

3) Per $t > 5$ solo evoluz. libera di S2 a partire da

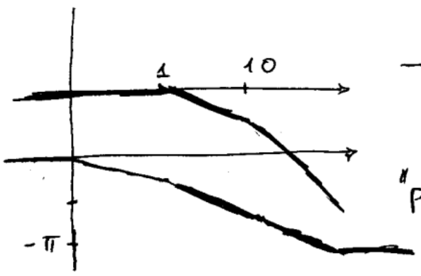
$x_3(5) = \frac{Y(5)}{3} = -0{,}61 \rightarrow y = -1.83\, e^{-3(t-5)} \cdot 1(t-5)$

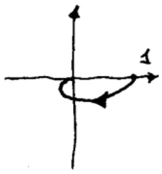
Esercizio 4.4.5

$$G_1 = \frac{10}{(s+1)(s+10)} = \frac{1}{(1+s)\left(1+\frac{s}{10}\right)}$$

$g = \emptyset \qquad p_1 = -1 \rightarrow T_1 = 1\,s$

$K = 1 \qquad p_2 = -10 \rightarrow T_2 = 0.1\,s$





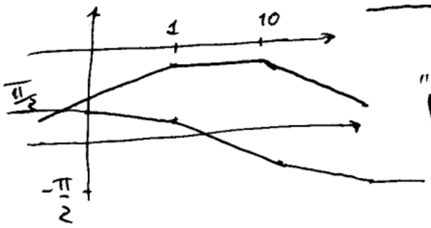
"passa-basso"

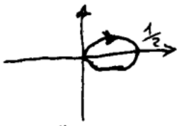
$\omega_3 \simeq 1$

$$G_2 = \frac{5s}{(s+1)(s+10)} = \frac{\frac{1}{2}s}{(1+s)\left(1+\frac{s}{10}\right)}$$

$g = -1 \qquad p_1 = -1 \rightarrow T_1 = 1\,s$

$K = \frac{1}{2} \qquad p_2 = -10 \rightarrow T_2 = 0.1\,s$





"passa banda"

$[1, 10]$ rad/s

Risposta a u_1 $\qquad y_1 = 0.704 \sin(t - 0.885)$

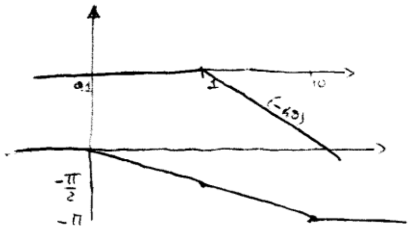
Risposta a u_2 $\qquad y_2 = -\frac{10}{9}\left(e^{-(t-5)} - e^{-10(t-5)}\right) 1(t-5)$

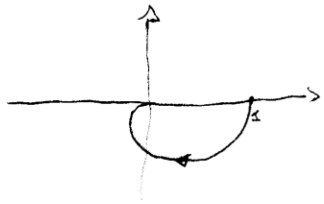
$$y = y_1 + y_2$$

Esercizio 4.4.6

$$G(s) = \frac{\frac{1}{s(s+1)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)}} = \frac{1}{s^2+s+K}$$

Per l'asintotica stabilità $K > 0$





Per $t \leq 10$

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) = \frac{1}{s^2+s+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{s+1}{\left(s+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{s+\frac{1}{2}}{\left(s+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\left(s+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

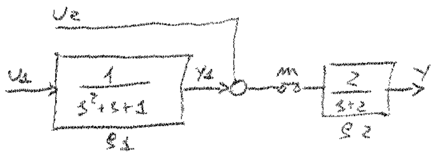
$$y(t) = \left[1 - e^{-\frac{1}{2}t}\left(\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right] 1(t)$$

Per $t > 10$ evol. libera di $\frac{1}{s}$ la cui rappresentazione i-s-u è $\begin{cases} \dot{x} = u \\ y = x \end{cases}$

Quindi stato in 10 uguale uscita in 10 $\quad x(10) = y(10) = 1$

L'evoluzione libera è costante: per $t > 10$ $\quad y = 1$

Esercizio 4.4.7



$$S1: \quad \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_1$$

$$y_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$S2: \quad \begin{cases} \dot{x}_3 = -2x_3 + m \\ y = 2x_3 \end{cases} \qquad m = y_1 + u_2$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

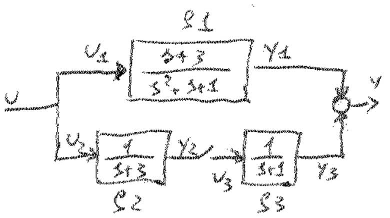
Risposta a $u_1 = 2$ $\quad y = G_1(0)G_2(0)\cdot 2 = 2$

Risposta a $u_2 = 2\sin(t+0.3)$ $\quad y = |G_2(j1)|\cdot 2\cdot \sin(t + 0.3 + \angle G_2(j1)) = 1{,}79 \sin(t - 0.16)$

Per $t = 5$ $\quad x_3(5) = \frac{y(5)}{2} = \frac{2 + 1.79\sin(5-0.16)}{2} = 0.11$

Per $t > 5$ $\quad y = 2\cdot 0.11\, e^{-2(t-5)}\, 1(t-5)$

Esercizio 4.4.8



$$S1: \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_1 \\ y_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$u_1 = u$
$u_2 = u$
$u_3 = y_2$
$y = y_1 + y_3$

$$S2: \begin{cases} \dot{x}_3 = -3x_3 + u_2 \\ y_2 = x_3 \end{cases}$$

$$S3: \begin{cases} \dot{x}_4 = -x_4 + u_3 \\ y_3 = x_4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{y = y_1 + y_3}$$

$t < 10$ $\quad y_1 = \left| \frac{s+3}{s^2+s+1} \right|_{s=j2} \cdot 2 \cdot \sin\left(2t - \angle \frac{s+3}{s^2+s+1}\Big|_{s=j2}\right) = 2 \sin(2t - 1{,}97)$

$y_3 = \left| \frac{1}{(s+1)(s+3)} \right|_{s=j2} \cdot 2 \sin(2t - \angle \quad) = 0.248 \cdot \sin(2t - 1{,}70)$

$x_4(10) = y_3(10) = -0.13$

$t > 10$ $\quad y_1$ come sopra

$y_3 = x_4(10)\, e^{-(t-10)}$

Esercizio 4.4.9

1)

$$G(s) = \frac{10 - s}{0.1 s^2 + 1.1 s + 1} = \frac{-10 s + 100}{s^2 + 11 s + 10} \longrightarrow \begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -11 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \\ y = \begin{pmatrix} 100 & -10 \end{pmatrix} x \end{cases}$$

2) L'ingresso assegnato si può vedere come $u(t) = t \cdot 1(t) - (t-1)1(t-1) - 1(t-5)$

Bisogna quindi calcolare la risposta al gradino $y_g(t)$ e alla rampa $y_r(t)$

$$Y_g(s) = \frac{100 - 10 s}{(s+10)(s+1)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{10}{s} + \frac{20/9}{s+10} - \frac{110/9}{s+1} \longrightarrow y_g(t) = \left(10 + \frac{20}{9} e^{-10t} - \frac{110}{9} e^{-t}\right) 1(t)$$

$$Y_r(s) = \frac{100 - 10 s}{(s+10)(s+1)} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{10}{s^2} - \frac{12}{s} - \frac{2/9}{s+10} + \frac{110/9}{s+1} \longrightarrow y_r(t) = \left(10t - 12 - \frac{2}{9} e^{-10t} + \frac{110}{9} e^{-t}\right) 1(t)$$

$$y(t) = y_r(t) - y_r(t-1) - y_g(t-5)$$

3) $y = |G(j2)| \cdot 4 \cdot \sin(2t + 0.1 + \angle G(j2)) = 4.47 \cdot 4 \cdot \sin(2t + 0.1 - 1.51)$

Esercizio 5.7.1

L'ingresso può essere visto come
$u(k) = 1(k-3) - 1(k-6)$

Si calcola la risposta al gradino

$$Y_g(z) = \frac{1}{z-0.9} \cdot \frac{z}{z-1} = 10\frac{z}{z-1} - 10\frac{z}{z-0.9}$$

$$y_g(k) = \left[10 - 10 \cdot (0,9)^k\right] 1(k)$$

$$Y(k) = \left[10 - 10\,(0,9)^{k-3}\right] 1(k-3) - \left[10 - 10(0.9)^{k-6}\right] 1(k-6)$$

Esercizio 5.7.2

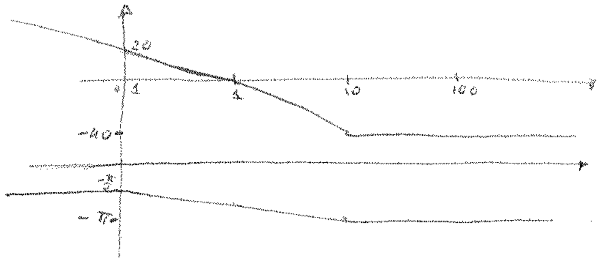
$$Y(z) = G(z)\,U(z) = \frac{1}{z-\frac{1}{4}} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{4}{3}\,\frac{z}{z-1} - \frac{4}{3}\,\frac{z}{z-\frac{1}{4}}$$

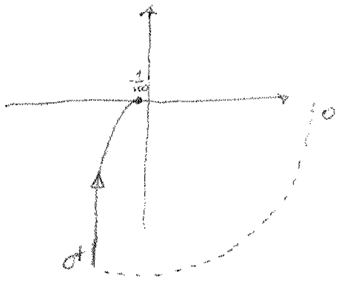
$$Y(k) = \left[\frac{4}{3} - \frac{4}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^k\right] 1(k)$$

Transitorio esaurito a $k = 4$ $\left(k > \frac{-5}{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}\right)$

Esercizio 6.9.1

$$G(s) = \frac{\left(1-\frac{s}{10}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)}{s\,(1+s)}$$





$$e_\infty = \lim_{s\to 0} s\left(Y(s) - W(s)R(s)\right) = s\left(\frac{2}{s^2} - \frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}}\frac{2}{s^2}\right) = 2$$

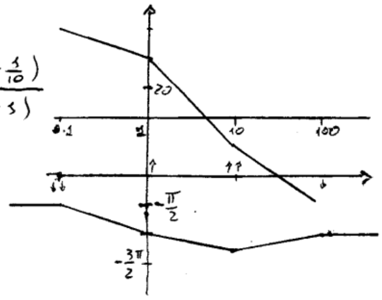
STABILITA': Dal diagramma polare, completandolo, non si hanno giri intorno al punto -1, quindi è asintoticamente stabile a ciclo chiuso

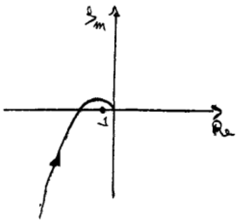
MARGINI: Dai diagrammi $m_A = 100$

$m_\varphi \cong 45^\circ$ $(\omega_c \cong 1)$

Esercizio 6.9.2

$$G(s) = \frac{100\left(1+\frac{s}{10}\right)}{s\,(1+s)}$$





Dai diagrammi di Boode tracciati per $\alpha = 10$ si vede che il sistema a ciclo chiuso non sarebbe stabile. Infatti, quando $|G| = 1$, $\angle G < -\pi$

Variando α si può variare solo il modulo. Si deve attenuare in modo che la $\omega_c < 1$, quindi di più di 40dB (1/100).

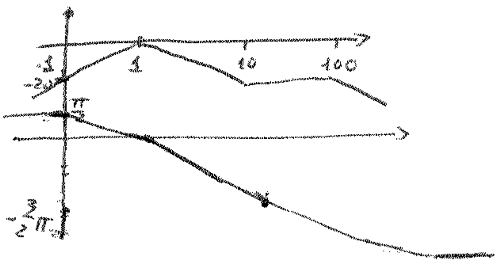
In realtà, considerando la correzione di -6dB in $\omega = 1$, basta attenuare proprio di 40dB. Si sceglie quindi $\alpha = 0.1$.

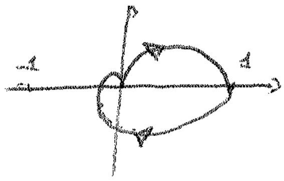
$r(t) = 10 \cdot 1(t) \quad \rightarrow \quad e_y(\infty) = 0$

$r(t) = 2t \cdot 1(t) \quad \rightarrow \quad e_y(\infty) = \dfrac{K_d^2 R}{K_G} = 2$

Esercizio 6.9.3

$$G(s) = \frac{s\left(1 - \frac{s}{10}\right)}{(1+s+s^2)\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$



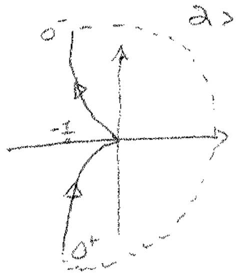


Il criterio è soddisfatto, numero di giri $= \emptyset$

Lo zero nell'origine di G rimane a ciclo chiuso $\Longleftrightarrow$ risposta a regime ad un gradino nulla

Esercizio 6.9.4

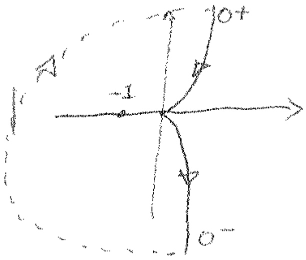
$\lambda > 0$



SEMPRE ASINTOTICAMENTE STABILE

$\boxed{\overset{\circlearrowleft}{N} = P}$

$\lambda < 0$



INSTABILE

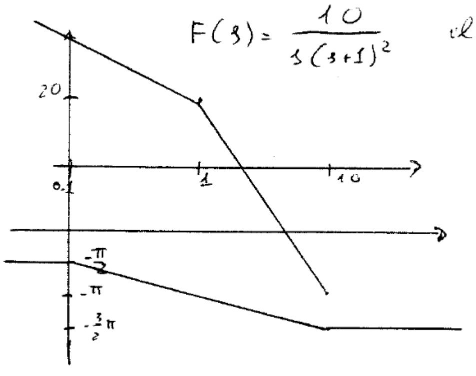
$(\overset{\circlearrowleft}{N} \neq P)$

TIPO 1 $\Longleftrightarrow$ ERRORE NULLO PER OGNI λ

Esercizio 6.9.5

3) Per la specifica a regime $C(s) = \frac{K_c}{s}$. Ponendo $K_c = 1$ si ottiene

$$F(s) = \frac{10}{s(s+1)^2}$$ il cui diagramma di Bode è



Il criterio di Bode non è soddisfatto.

Bisogna ridurre il guadagno!

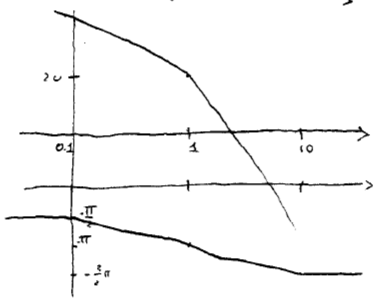
$\underline{\angle F} = -\pi$ per $\omega = 1$.

$|F(j1)| = 14$ dB

Dobbiamo attenuare di almeno 14 dB. Ad esempio $K_c = 0.1 = -20$dB

Esercizio 11.0.1

1) Per il regime $C(s) = \frac{K_c}{s}$. Per $K_c = 1$ $F(s) = \frac{10}{s(s+1)^2}$.



Per soddisfare la specifica sul margine di fase basta attenuare.

Bisogna calcolare la pulsazione $\hat{\omega}$ per cui $\angle F = -150°$

$$\angle F = -\frac{\pi}{2} - 2\,\mathrm{atan}(\hat{\omega}) = -\frac{5}{6}\pi$$

$$\mathrm{atan}(\hat{\omega}) = \frac{\pi}{6}$$

$$\hat{\omega} = tg\left(\frac{\pi}{6}\right) \cong 0{,}58$$

Il corrispondente modulo di F è $|F(j0.58)| = 22{,}2\,dB$

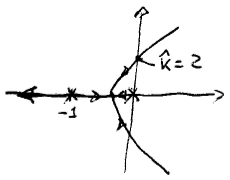
Bisogna attenuare di almeno $-22{,}2\,dB$. $K_c = \frac{1}{13}$ va bene.

---

2) Per il regime $C(s) = \frac{K_c}{s}$ con $K_c > 2$

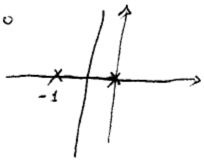
$$F(s) = \frac{10\,K_c}{s(s+1)^2} = \frac{\hat{K}}{s(s+1)^2} \quad \text{con } \hat{K} > 20$$

LUOGO PER $\hat{K} > 0$



NON SI PUO' SODDISFARE LA SPECIFICA SU $\hat{K}$ PERCHE' IL SISTEMA NON SAREBBE ASINTOTICAMENTE STABILE.

CONVIENE CANCELLARE UNO DEI POLI IN -1, OTTENENDO IL LUOGO



Quindi $C(s) = K_c \frac{(s+1)}{s}$ con $K_c > 2$

3) Per il regime $C(s) = \frac{K_c}{s}$. Per $K_c = 1$ $F(s) = \frac{10}{s(s+1)^2}$

$|F(j2)| = 0\,dB$ Serve una correzione $\Delta\varphi \geq 57°$

$\angle F(j2) = -217°$ ΔM qualunque.

Ad esempio. $\omega c = 4$ $\frac{1}{\alpha} = 12$ $\frac{1 + 2\omega}{1 + \frac{\omega}{6}}$ che dà $\Delta\varphi \cong 57°$ $\Delta M = 12\,dB$

Per recuperare il ΔM, $K_c = \frac{1}{4}$.

$$\boxed{C(s) = \frac{1/4}{s}\,\frac{1 + 2s}{1 + \frac{s}{6}}}$$

Esercizio 11.0.2

Poiché si ipotizza che $\omega_s >> \bar{\omega}$ si può usare qualsiasi trasformazione.

Ad esempio, zeri-poli:

$$C(z) = \hat{K}\,\frac{z - e^{-0.01}}{z - 1} = \hat{K}\,\frac{z - 0.9900}{z - 1}$$

Per trovare $\hat{K}$: $\quad \lim_{z \to 1} (z-1)\, C(z) = \frac{1}{100} \lim_{s \to 0} s\, C(s)$

$$\frac{\hat{K}}{100} = \frac{1}{100} \quad \Rightarrow \quad \hat{K} = 1$$

$$C(z) = \frac{z - 0.99}{z - 1} = \frac{U(z)}{E(z)}$$

$$(z-1)\, U(z) = (z - 0.99)\, E(z)$$

$$\boxed{u(k) = u(k-1) + e(k) - 0.99\, e(k-1)}$$

Esercizio 11.0.3

$C(s) = \frac{K_c}{s}$ $\qquad e_y(\infty) = \frac{K_d^2 R_0}{K_G} = \frac{2^2 \cdot 1}{10 K_c} = \frac{4}{10 K_c} \le \frac{1}{100} \Rightarrow K_c \ge 40$

Scegliamo $C(s) = \frac{40}{s} \Rightarrow F(s) = \frac{200}{s(s+1)}$ $\qquad F(j15)$ $\begin{cases} |\;| = -1 \text{ dB} \\ \angle = -176^\circ \end{cases}$

Scegliere $K_c > 40$ non aiuta. La correzione da effettuare è $\Delta M = +1$ dB
$\Delta\varphi \ge 26^\circ$

E' necessaria una rete a sella.
Ad esempio:

ANTICIPATRICE $\quad \omega\tau = 6$, $\frac{1}{\alpha} = 5$ $\qquad \frac{1 + s\frac{2}{5}}{1 + s\frac{2}{25}}$ che ha $\Delta\varphi = +30^\circ$, $\Delta M = +11.8$ dB

RITARDATRICE $\quad \Delta M = -10.8$ dB, $\Delta\varphi \cong 0^\circ$ $\rightarrow$ $\omega\tau = 200$, $\frac{1}{\alpha} = 3.5$ $\qquad \frac{1 + s\frac{200}{3.5 \cdot 15}}{1 + s\frac{200}{15}}$

$$C(s) = \frac{40}{s}\,\frac{1 + 0.4 s}{1 + 0.08 s}\,\frac{1 + 3,81 s}{1 + 13,33 s}$$

Il disturbo è la somma di un gradino $\longrightarrow$ a regime effetto nullo (dato il polo nell'origine)

e di una rampa lineare $2t$ $\rightarrow$ a regime errore finito pari a -0.1

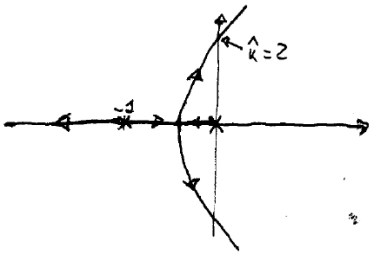
$$e = -\lim_{s \to 0} s \cdot W_d(s) \cdot \frac{2}{s^2} \cong -\lim_{s \to 0} \frac{10}{1 + \frac{200}{s}}\,\frac{2}{s}$$

Esercizio 11.0.4

la specifica a regime impone $C(s) = \frac{K_c}{s}$ con $K_c \geq 40$

$F(s) = \frac{5K_c}{s(s+1)^2} = \frac{\hat{K}}{s(s+1)^2}$ con $\hat{K} \geq 200$

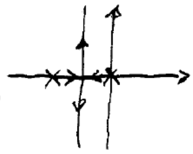
Analizzando il luogo delle radici si vede che il sistema non sarebbe stabile per $\hat{K} \geq 200$.



La cosa più semplice è cancellare uno dei poli del processo

$C(s) = \frac{K_c(s+1)}{s} \Rightarrow F(s) = \frac{\hat{K}}{s(s+1)}$

in modo da ottenere un sistema asintoticamente stabile per ogni $K_c > 0$



Esercizio 11.0.5

Per la specifica sul regime $C(s) = \frac{K}{s}$ $\quad e_{y\infty} = \frac{K_d^2 R}{K_G} = \frac{2^2 \frac{5}{2}}{10K} = \frac{1}{K} \leq 0.1$

$K \geq 10$

Si prenda per il momento $K=10$ $\quad F(s) = \frac{10(s+10)}{2 \cdot s \cdot (s+1)^2}$ $\quad |F(j20)| = -37\,dB$

$\angle F(j20) = -201°$

Correzione $\Delta\varphi \geq 51°$

$\Delta M \leq 37\,dB$ (il resto si recupera con K) $\Rightarrow$ rete anticipatrice

Ad esempio: $\omega_z = 5$

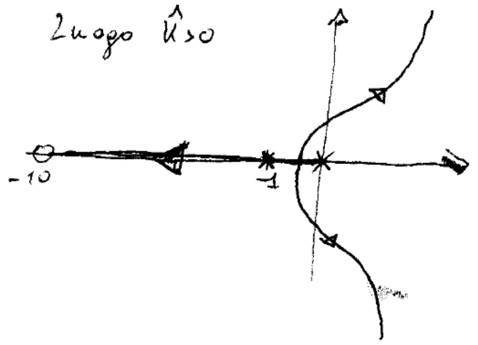
$\frac{1}{\alpha} = 12$ $\Rightarrow \frac{1+\frac{s}{5}}{1+\frac{s}{30}} \rightarrow$ per $\omega = 20$ $\quad \Delta M = 11{,}8\,dB$, $\quad \Delta\varphi = 51{,}5°$ $\quad \Delta K = 37 - 11{,}8 = 25{,}2\,dB$ (18,2)

$C(s) = \frac{182}{s} \frac{1+s/5}{1+s/60}$

Esercizio 11.0.6

$C(s) = \frac{k}{s}$, $k > 0$ $F(s) = \overbrace{\frac{k}{2}}^{\hat{k}} \frac{s+10}{s(s+1)^2} = \hat{k}\, \frac{s+10}{s(s+1)^2}$

Luogo $\hat{k} > 0$



centro stella asintoti $\frac{-1-1+10}{2} = -4$

punti doppi $\frac{1}{s+10} - \frac{1}{s} - \frac{2}{s+1} = 0$

$s = -0.34$ $s = -14.66$

Specifica a regime già soddisfatta, basta che il sistema sia asintoticamente stabile. Quando le 2 radici sono in $Re = 0$, l'altra è in -2.

Applicando la regola di taratura $\hat{k} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

Quindi $C(s) = \frac{k}{s}$ con $0 < k < \frac{1}{2}$

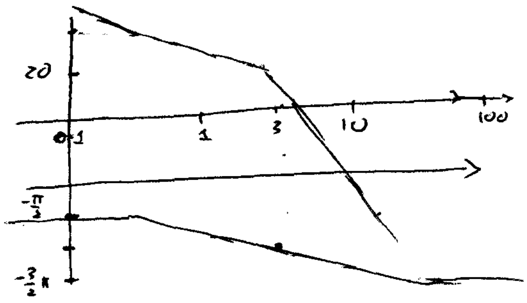
ESERCIZIO 11.0.7

PER SODDISFARE LE DUE SPECIFICHE, ENTRAMBE DI REGIME, E' SUFFICIENTE

$C(s) = \frac{K_c}{s}$ MA BISOGNA VERIFICARE LA STABILITA' A CICLO CHIUSO

SI SCELGA UN VALORE DI TENTATIVO PER K_c, AD ESEMPIO $K_c=1$

QUINDI $F(s) = \frac{270}{s(s+3)^2} = \frac{30}{s\left(1+\frac{s}{3}\right)^2}$



CRITERIO DI BODE $\omega_\pi = 3$ (VALORE ESATTO)

$|F(j\omega_\pi)| > 0$

NON SODDISFATTO

DAL GRAFICO $|F(j\omega_\pi)| = 20$ dB [= 14 dB SE SI APPLICA LA CORREZIONE OSE LO SI CALCOLA]

SERVE ATTENUARE DI ALMENO 20 dB [DI ALMENO 14]

AD ESEMPIO $K_c = 0.05$ DAREBBE STABILITA' CON $m_a = 6$ dB

[$K_c = 0.1$]

ESERCIZIO 11.0.8

ANZITUTTO SI VERIFICA CHE $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = \frac{2\pi \cdot 10}{2} = 314 \gg \omega_c$ QUINDI SI PUO' APPLICARE L'APPROSSIMAZIONE STUDIATA IN TEORIA

LA SPECIFICA DI REGIME RICHIEDE $C(s) = \frac{K_c}{s}$.

SI IPOTIZZI PER IL MOMENTO $K_c = 1$

$$F(s) = \frac{20}{s(s+1)^2} e^{-\frac{0.2}{2}s}$$

DOVE SI E' CONSIDERATO IL RITARDO TEMPORALE DI 0,1 s DOVUTO ALLA REALIZZAZIONE DIGITALE

$$F(j1) = \frac{20}{j(1+j)^2} e^{-0.1j}$$

$$|\,| = \frac{20}{1(\sqrt{2})^2} = 10 \quad (20\,dB)$$

$$\angle = -\frac{\pi}{2} - 2\cdot\frac{\pi}{4} - 0.1 = -3.2 \text{ rad} \quad [-186°]$$

PER SODDISFARE LA SPECIFICA SUL MARGINE DI FASE BISOGNA REALIZZARE UN ANTICIPO DI FASE di $36 \div 46°$ ALLA PULSAZIONE $\omega = 1$

ESSENDO IL K_c NON FISSATO SI PUO' PROGETTARE UNA RETE ANTICIPATRICE CHE REALIZZA L'ANTICIPO E POI MODIFICARE IL K_c IN MODO DA PORTARE $\omega = 1$ ALL'ATTRAVERSAMENTO (ATTENUANDO DI 20 dB + I dB DI AMPLIFICAZIONE INTRODOTTI DALLA RETE.

POI, DAL $C(s)$ SI PASSA AL $C(z)$ CON UNA DELLE TRASFORMAZIONI STUDIATE (SONO TUTTE VALIDE ESSENDO $\omega_s \gg \omega_c$)

INFINE, DAL $C(z)$ SI PUO' PASSARE ALL'ALGORITMO $U_K = \ldots\ldots$